

## Números complejos

1. Evaluar la expresión y escribir el resultado en la forma  $a + bi$ .

a)  $(4 + 3i) + (5 - 2i)$

b)  $6i - (4 - i)$

c)  $(7 - i)(4 + 2i)$

d)  $2i\left(\frac{1}{2} - i\right)$

e)  $\frac{1}{i}$

f)  $\frac{2 - 3i}{1 - 2i}$

g)  $\frac{25}{4 - 3i}$

h)  $\frac{10i}{1 - 2i}$

i)  $i^3$

j)  $i^{100}$

k)  $\sqrt{-25}$

l)  $\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{-27}$

m)  $\frac{1 - \sqrt{-1}}{1 + \sqrt{-1}}$

n)  $\frac{2 + \sqrt{-8}}{1 + \sqrt{-2}}$

ñ)  $(\sqrt{3} - \sqrt{-4})(\sqrt{6} - \sqrt{-8})$

o)  $\frac{\sqrt{-7}\sqrt{-49}}{\sqrt{28}}$

p)  $|1 - i| + i$

q)  $||1 - i| + i| + i$

2. Representar cada conjunto en el plano.

a)  $\{z = a + bi \mid a \leq 0, b \geq 0\}$

b)  $\{z = a + bi \mid a > 1, b > 1\}$

c)  $\{z \mid |z| = 3\}$

d)  $\{z \mid 2 \leq |z| \leq 5\}$

e)  $\{z = a + bi \mid a + b < 2\}$

f)  $\{z = a + bi \mid a \geq b\}$

g)  $\{z \mid |z| = 5 \wedge \arg z \leq \pi\}$

h)  $\{z \mid \frac{1}{2}\pi \leq \arg z \leq \frac{5}{4}\pi\}$

3. Sean  $z$  y  $w$  dos números complejos. Demostrar:

a)  $\bar{z} + \bar{w} = \overline{z + w}$

b)  $\overline{zw} = \bar{z} \bar{w}$

c)  $(\bar{z})^2 = \overline{z^2}$

d)  $\overline{\bar{z}} = z$

e)  $z + \bar{z}$  es un número real

f)  $z = \bar{z}$  si y sólo si  $z$  es real

4. Dar la forma trigonométrica de los siguientes números complejos.

a)  $\sqrt{5}$

b)  $15i$

c)  $\sqrt{5} + \sqrt{5}i$

d)  $3 - \sqrt{3}i$

e)  $(1 + i) \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)$

5. Dar la forma binómica de los siguientes números complejos.

a)  $z = (-3\sqrt{3} + 3i)^{15}$

b)  $z = \frac{1 + i}{(-\sqrt{3} + i)^5}$

6. Encontrar todas las raíces  $n$ -ésimas de  $w$  para:

a)  $n = 4 \quad w = 1$

b)  $n = 3 \quad w = 1$

c)  $n = 5 \quad w = -3$

d)  $n = 4 \quad w = -1 - \sqrt{3}i$

e)  $n = 8 \quad w = \frac{1 - i}{\sqrt{3} + i}$

7. Encontrar todos los  $z$  complejos que satisfacen:

a)  $z^3 = i\bar{z}^2$

b)  $z^{10} = -4\bar{z}^{10}$

c)  $z^5 - \bar{z} = 0$

d)  $z^4 + z^{-4} = 0$

e)  $z^3 + 9i\bar{z}^2|z| = 0$

f)  $z^4 = \left(3/2 - i\sqrt{3}/2\right)^8$

8. Escribir en forma binómica:

a)  $e^{i\pi}$

b)  $e^{i\frac{\pi}{3}}$

c)  $2e^{-i\pi}$

d)  $e^{i\frac{5}{6}\pi}$

9. Expresar en forma exponencial las raíces cuartas de  $-1$